

แผนการจัดการเรียนรู้

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

หน่วยการเรียนรู้ อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

เรื่อง บทนิยามอนุพันธ์ของฟังก์ชัน

เวลา 1 ชั่วโมง

ผลการเรียนรู้

หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตที่กำหนดให้ และนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระสำคัญ

อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

ถ้าให้ f เป็นฟังก์ชันใดๆ และ a อยู่ในโดเมนของ f จะได้อัตราการเปลี่ยนแปลงของ f เทียบกับ x ขณะที่ $x = a$ คือ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ ถ้าลิมิตนี้หาค่าได้ จะเรียกค่าของลิมิตนี้ว่า อนุพันธ์ของ f ที่ a

บทนิยาม

ให้ f เป็นฟังก์ชัน อนุพันธ์ (derivative) ของฟังก์ชัน f ที่ x เขียนแทนด้วย $f'(x)$ คือ

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

และสำหรับ a ใด ๆ ที่อยู่ในโดเมนของ f อนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ $x = a$ คือ

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

อาจใช้สัญลักษณ์ $\left. \frac{d}{dx} f(x) \right|_{x=a}$ หรือ $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=a}$ แทน $f'(a)$

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนเข้าใจบทนิยามของอนุพันธ์ของฟังก์ชัน

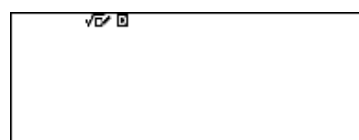
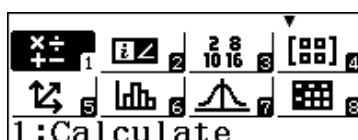
สาระการเรียนรู้

อนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิต

กระบวนการจัดการเรียนรู้

1. ครูทบทวนความรู้เดิมเรื่องการหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยและการหาลิมิตของฟังก์ชัน จากนั้นครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนเข้าใจบทนิยามของอนุพันธ์ของฟังก์ชัน
2. ครูยกตัวอย่างการใช้เครื่องคำนวณในการหาค่าอนุพันธ์จำกัดเขต เช่น กำหนดให้ $f(x) = \sqrt{x+1}$ จะหา $f'(3)$ ได้ดังนี้

- 1) ใช้ MENU 1 : Calculate



2) กดปุ่ม **SHIFT** **$\int \frac{d}{dx}$**

$$\frac{d}{dx}(\square) \Big|_{x=\square}$$

3) ป้อนฟังก์ชันที่ต้องการหาอนุพันธ์ดังนี้ **$\sqrt{\square}$** **x** **$+$** **1**

$$\frac{d}{dx}(\sqrt{x+1}) \Big|_{x=\square}$$

4) ป้อนค่าของ x ดังนี้ **\rightarrow** **\rightarrow** **3**

$$\frac{d}{dx}(\sqrt{x+1}) \Big|_{x=\square}$$

$$\frac{d}{dx}(\sqrt{x+1}) \Big|_{x=3}$$

5) กด **$=$**

$$\frac{d}{dx}(\sqrt{x+1}) \Big|_{x=3}$$

0.25

3. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม 3 – 5 คน เพื่อทำใบกิจกรรมที่ 2 โดยให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ในการสำรวจคำตอบและให้นักเรียนในกลุ่มร่วมกันอภิปรายถึงข้อค้นพบในแต่ละข้อในใบกิจกรรมที่เกิดขึ้นเพื่อตอบคำถามท้ายข้อในแต่ละข้อ (**ขั้นการสำรวจและหาความสัมพันธ์**)

4. ครูให้นักเรียนนำเสนอผลจากการอภิปราย จากใบกิจกรรม ดังนี้

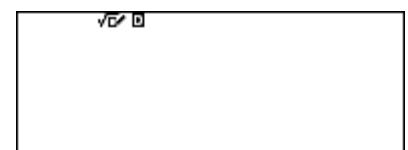
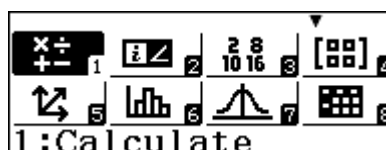
- จากใบกิจกรรมข้อที่ 1 กำหนดให้ $f(x) = 2x$

หา $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(5+h) - f(5)}{h}$

จะได้ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(5+h) - f(5)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2(5+h)) - (2(5))}{h}$

ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์หาค่าลิมิตดังนี้

1) ใช้ MENU 1 : Calculate



2) ป้อนฟังก์ชันที่จะหาขีดจำกัดโดยใช้ x แทน h ดังนี้

$\frac{2(5+x)-2(5)}{x}$

$$\frac{2(5+x)-2(5)}{x}$$

3) ทำการแทนค่า x เป็นจำนวนที่เข้าใกล้ 0 เช่น แทน $x = 0.01$ ดังนี้

CALC 0 . 0 1 = =

$$\frac{2(5+x)-2(5)}{x}$$

$x = 0$

$$\frac{2(5+x)-2(5)}{x}$$

$x = 0.01$

$$\frac{2(5+x)-2(5)}{x}$$

2

4) ทำการแทนค่า x เป็นจำนวนที่เข้าใกล้ 0 มากยิ่งขึ้น เช่น แทน $x = 0.0001$ ดังนี้

CALC 0 . 0 0 0 1 = =

$$\frac{2(5+x)-2(5)}{x}$$

$x = 0$

$$\frac{2(5+x)-2(5)}{x}$$

$x = 0.0001$

$$\frac{2(5+x)-2(5)}{x}$$

2

5) จากข้อ 3) - 4) จะได้ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2(5+h)) - (2(5))}{h} = 2$

6) หา $f'(5)$ โดยใช้เครื่องคำนวณจะได้ ดังนี้

$$\frac{d}{dx}(2x) \Big|_{x=5}$$

• จากกิจกรรมข้อ 1 จะสรุปได้ว่า $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(5+h) - f(5)}{h} = f'(5) = 2$ (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)

5. เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมครบทั้ง 3 ข้อจะสามารถสร้างข้อคาดการณ์ได้ว่า

สำหรับ a ใด ๆ ที่อยู่ในโดเมนของ f อนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ $x = a$ คือ

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

(ขั้นสรุปความสัมพันธ์)

6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 2 (ขั้นการฝึกทักษะ)

สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz
2. ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่องบทนิยามอนุพันธ์ของฟังก์ชัน
3. แบบฝึกทักษะที่ 2 เรื่องบทนิยามอนุพันธ์ของฟังก์ชัน

การวัดผลและประเมินผล

1. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 2
2. ประเมินจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 2
3. ประเมินจากการตอบคำถามของนักเรียน

ใบกิจกรรมที่ 2

เรื่อง บทนิยามอนุพันธ์ของฟังก์ชัน

คำชี้แจง ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ทำกิจกรรมต่อไปนี้

1) กำหนดให้ $f(x) = 2x$ จงหา

$$1.1 \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(5+h) - f(5)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2(5+h)) - (2(5))}{h}$$
$$= \dots\dots\dots$$

$$1.2 f'(5) = \dots\dots\dots$$

จากข้อ 1.1 และ 1.2 จะได้ว่า $\dots\dots\dots$

$$1.3 \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(8+h) - f(8)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2(8+h)) - (2(8))}{h}$$
$$= \dots\dots\dots$$

$$1.4 f'(8) = \dots\dots\dots$$

จากข้อ 1.3 และ 1.4 จะได้ว่า $\dots\dots\dots$

$$1.5 \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(10+h) - f(10)}{h} = \dots\dots\dots$$
$$= \dots\dots\dots$$

$$1.6 f'(10) = \dots\dots\dots$$

จากข้อ 1.5 และ 1.6 จะได้ว่า $\dots\dots\dots$

2) กำหนดให้ $f(x) = \sqrt{x}$ จงหา

$$\begin{aligned} 2.1 \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+h} - \sqrt{4}}{h} \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

$$2.2 \quad f'(4) = \dots\dots\dots$$

จากข้อ 2.1 และ 2.2 จะได้ว่า $\dots\dots\dots$

$$\begin{aligned} 2.3 \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(16+h) - f(16)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{16+h} - \sqrt{16}}{h} \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

$$2.4 \quad f'(16) = \dots\dots\dots$$

จากข้อ 2.3 และ 2.4 จะได้ว่า $\dots\dots\dots$

$$\begin{aligned} 2.5 \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(25+h) - f(25)}{h} &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

$$2.6 \quad f'(25) = \dots\dots\dots$$

จากข้อ 2.5 และ 2.6 จะได้ว่า $\dots\dots\dots$

3) กำหนดให้ $f(x) = (x^2 + 5x + 4)^2$ จงหา

$$3.1 \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$3.2 \ f'(2) = \dots\dots\dots$$

จากข้อ 3.1 และ 3.2 จะได้ว่า $\dots\dots\dots$

$$3.3 \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4)}{h} = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$3.4 \ f'(4) = \dots\dots\dots$$

จากข้อ 3.3 และ 3.4 จะได้ว่า $\dots\dots\dots$

$$3.5 \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(5+h) - f(5)}{h} = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$3.6 \ f'(5) = \dots\dots\dots$$

จากข้อ 3.5 และ 3.6 จะได้ว่า $\dots\dots\dots$

จากกิจกรรมข้อ 1) – 3) จะได้ข้อคาดการณ์คือ

$\dots\dots\dots$

แบบฝึกทักษะที่ 2

เรื่อง บทนิยามอนุพันธ์ของฟังก์ชัน

คำชี้แจง จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้โดยอาศัยบทนิยาม และใช้เครื่องคำนวณตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ

1) กำหนดให้ $f(x) = 2x + 7$ จงหา $f'(5)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) กำหนดให้ $f(x) = x^2 + 1$ จงหา $f'(4)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....